

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales **consta de cuatro preguntas** que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

1. a) (1,5 puntos) Discuta el siguiente sistema de ecuaciones para los distintos valores de a :

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - z = 2 \\ 4x + 5y + az = 7 \\ -y + 2z = 3 \end{array} \right\}$$

b) (1,5 puntos) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 4$.

2. Dada la función $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$

a) (2 puntos) Determine sus máximos y mínimos.

b) (1 punto) Determine sus puntos de inflexión.

3. En una ONG la mitad de los voluntarios que colaboran con ella tiene estudios superiores y el 60% son menores de 30 años. Se sabe además que el 20% de voluntarios tiene un título superior y son menores de 30 años.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que un voluntario seleccionado al azar tenga estudios superiores o sea menor de 30 años.

b) (1 punto) Si un voluntario seleccionado al azar es menor de 30 años, ¿cuál es la probabilidad de que tenga un título superior?

4. (2 puntos) El gasto anual por persona en artículos de vestir y calzado sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 50€. De los datos disponibles para una muestra aleatoria de 81 personas se obtiene un gasto medio de 645 euros. Obtenga un intervalo de confianza al 90% para estimar el gasto medio por persona en artículos de vestir y calzado.

OPCIÓN B

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) (1,5 puntos) Determine su rango en función de a .
- b) (1,5 puntos) Obtenga la matriz inversa para $a = 2$.

2. Resuelva los siguientes límites:

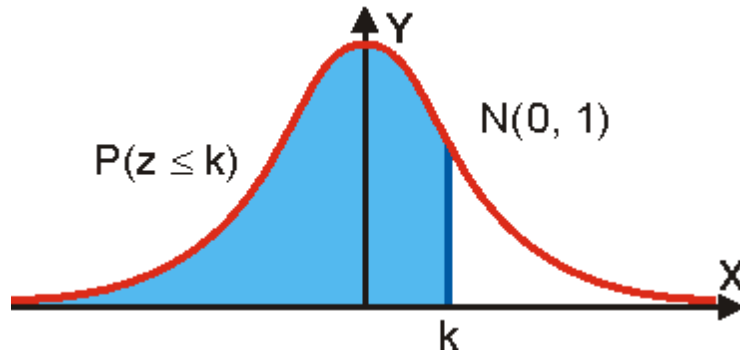
- a) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\left(\frac{3x^2+4x-2}{x^2+1}\right)^{-1}}$
- b) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x})$
- c) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4x-12}{x^2-2x}$

3. (2 puntos) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = 7x^2 + \ln(x^2)$ en $x = 1$.

4. El gasto anual de un alumno universitario en fotocopias sigue una distribución normal de media 96€ y desviación típica 8€.

- a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que el gasto de un alumno esté comprendido entre 90 € y 100 €
- b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que el gasto medio de una muestra aleatoria de 100 alumnos sea inferior a 98€

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MODELO A

Problema 1

Solución:

Sistema compatible determinado si $a \neq -8$.

Sistema incompatible si $a = -8$

Si $a = 4$, $(x, y, z) = (2, -1, 1)$

Criterios corrección. Obtención del determinante: 1 punto

Discusión del sistema: 0,5 punto

Obtención de la solución: 1,5 punto

Problema 2

Solución:

Máximo en $x = -2$ y mínimo en $x = 0$

Punto de inflexión: $x = -1$

Criterios corrección. Obtención correcta de las derivadas: 1 punto

Obtención del máximo y mínimo y justificación: 1 punto

Obtención del punto de inflexión y justificación: 1 punto

Problema 3

Solución: a) 0,9; b) 0,33

Criterios corrección. Obtención correcta de cada apartado: 1 punto

Problema 4

Solución: (635,861; 654,139)

Criterios corrección. Fórmula correcta: 0,5 pts

Cálculo de $z_{\alpha/2}$: 0,5 pts.

Cálculo correcto: 1 pts

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MODELO B

Problema 1

Solución:

Si $a \neq 3$, $Rg(A) = 3$. Si $a = 3$, $Rg(A) = 2$.

$$\text{Si } a = 2, A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Criterios corrección. Obtención del determinante: 1 punto
Discusión del rango en función de a : 0,5 puntos
Obtención de la matriz inversa: 1,5 puntos

Problema 2

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\left(\frac{3x^2+4x-2}{x^2+1}\right)^{-1}} &= e^2 \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x}) &= \frac{3}{2} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4x-12}{x^2-2x} &= 4 \end{aligned}$$

Criterios corrección. Obtención correcta de cada límite: 1 punto

Problema 3

Solución: $y = 16x - 9$

Criterios corrección. Fórmula de la recta tangente: 0,5 puntos
Derivada: 0,5 puntos
Solución: 1 punto

Problema 4

Solución: a) 0,4649; b) 0,9938

Criterios corrección. Obtención correcta de cada apartado: 1 punto